



II ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

Заочного кружка по математике

Санкт-Петербургский Губернаторский
физико-математический лицей N30



Тип_1 - решения - 3 класс

1. На острове Мадагамайка живут сказочные животные. Леорраф безопаснее жипарда. Крокомот опаснее бегедила. При этом леорраф опаснее ровно двух из этих животных. Какое из животных самое опасное?

- Леорраф;
- жипард;
- крокомот;
- бегедил.

Ответ: Жипард. (Леорраф опаснее двух животных. Но мы точно знаем, что он не опаснее жипарда. Получается, что леорраф опаснее крокомота и бегедила. А жипард опаснее леоррафа. Значит, жипард опаснее всех остальных животных, то есть он самый опасный.)

2. МатеМаше родители подарили котёнка. Её подруги Света, Катя и Юля попробовали угадать цвет и породу котёнка. Света предположила, что котёнок рыжий шотландский. Катя считает, что котёнок белый британский. А Юля думает, что МатеМаше подарили белого котёнка персидской породы. Оказалось, что каждая девочка ошиблась ровно в чём-то одном: либо в цвете котёнка, либо в породе. Какого же котёнка подарили МатеМаше?

- Рыжего шотландского;
- рыжего британского;
- рыжего персидского;
- белого шотландского;
- белого британского;
- белого персидского.

Ответ: Белого шотландского. (Катя и Юля назвали один цвет, но разные породы. Если бы они ошиблись в цвете, то породу они обе должны были бы угадать верную. Но у них в предположениях разные породы. Значит, они верно угадали цвет, и котёнок действительно белый. Значит, Света ошиблась с цветом, но верно угадала породу. Таким образом, котёнок белый шотландский.)

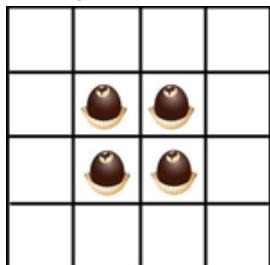
3. Лунтик подарил Вупсеню и Пупсеню коробку конфет. Конфеты в этой коробке были выложены в виде квадрата. Пока Вупсень ждал Пупсения, он не удержался и съел все конфеты по краям квадрата - всего 12 штук. Сколько конфет осталось Пупсеню?

Ответ: 4. (Посчитаем, сколько конфет было вдоль каждой стороны квадрата в самом начале. Всего вдоль по краям было 12 конфет. В углах было 4 конфеты. Остаётся $12-4=8$ конфет, которые





нужно поровну распределить на 4 стороны. Получается по 2 конфеты на сторону. Добавим конфеты в углах: получаем, что вдоль стороны квадрата было по 4 конфеты. Нарисуем этот квадрат и отметим съеденные и оставшиеся конфеты.



Когда все конфеты вдоль края были съедены, остался квадрат 2 на 2 конфеты. Значит, Пупсюю осталось 4 конфеты.)

4. Сцеплены две шестерёнки. У первой шестерёнки 12 зубчиков, а у второй – 16 зубчиков. Вторая шестерёнка сделала 6 полных оборотов. Сколько оборотов сделала за это время первая шестерёнка?

Зубчики в месте сцепки у шестерёнок чередуются.



Ответ: 8. (Отметим точку в месте сцепки шестерёнок - А. Вторая шестерёнка сделала 6 полных оборотов. Значит, через точку А прошло 6 раз по 16 зубчиков, то есть 96 зубчиков второй шестерёнки. Так как зубчики чередуются, то у первой шестерёнки через точку А должно пройти тоже 96 зубчиков – это 8 раз по 12. Значит, первая шестерёнка сделала 8 полных оборотов.)

5. По полю идёт табун лошадей и жеребят. На каждой лошади сидит пастух, а на жеребятах седоков нет. Всего у людей и животных 28 голов и 92 ноги. Сколько жеребят в табуне?

Ответ: 8. (У всех людей по 1 голове и 2 ноги. А у всех животных по 1 голове и 4 ноги.

Нарисуем 28 голов. Сначала к каждой голове пририсуем по 2 ноги. Пока всего получилось 28 раз по 2, то есть 56 ног. Остаётся еще $92-56=36$ ног - их нужно добавить животным. По 2 ноги у них уже нарисовано, то есть надо добавить ещё по 2. Оставшиеся 36 ног - это 18 раз по 2 ноги.

Итого, у нас получится, что животных 18. А пастухов тогда $28-18=10$.

Выясним, сколько из 18 животных лошадей, а сколько жеребят. Поскольку на каждой лошади сидит пастух, то лошадей и пастухов одинаковое количество - по 10. А жеребят тогда $18-10=8$.)





II ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

Заочного кружка по математике

Санкт-Петербургский Губернаторский
физико-математический лицей N30



6. Каждый из пяти друзей либо всегда говорит правду, либо всегда врёт. Андрей сказал, что Боря - врун. А Боря сказал, что Гоша врун. Вася сказал, что Андрей и Дима оба вруны. Гоша же назвал вруном Борю. А Дима сказал, что Гоша врун. Сколько всего врунов среди них?

- 0;
- 1;
- 2;
- 3;
- 4;
- 5;
- невозможно определить.

Ответ: 3. (Андрей и Гоша назвали Борю вруном, значит, они либо оба вруны, либо оба говорят правду. Боря и Дима назвали Гошу вруном, значит, они тоже "одинаковые". При этом Андрей с Гошей не такие же, как как Боря и Дима - если первая пара вруны, то Боря и Дима правы (они назвали Гошу вруном), а если первая пара правдивые, то Боря и Дима неправы, то есть вруны. Таким образом, из двух пар мальчиков (Андрей и Гоша, Боря и Дима) ровно одна пара - вруны. Осталось выяснить, кто Вася. Он назвал врунами Андрея и Диму. Но Андрей и Дима из разных пар, то есть оба врунами быть не могут. Значит, Вася не может быть прав - он врун. Значит, вруны - это одна из двух пар и Вася, то есть в любом случае трое.)

7. У Винни-Пуха есть 5 больших горшочков с мёдом: белый, синий, красный, жёлтый и зелёный. Ещё у него есть 6 маленьких горшочков с мёдом: синий, красный, жёлтый, зелёный, фиолетовый и коричневый. Сколько способов у Винни-Пуха выбрать для своего друга ослика Иа два разноцветных горшочка разного размера?



Ответ: 26. (Если Винни-Пух возьмёт белый большой горшочек, то у него будет 6 способов добавить к нему маленький горшочек – среди маленьких горшочков белого нет. А если он возьмёт большой горшочек синего, красного, жёлтого или зелёного цвета, то в каждом случае у него будет по 5 вариантов добавить к нему маленький горшочек – любого цвета, кроме того, какой у большого горшочка. Итого еще 4 раза по 5 способов. А всего $6+5+5+5+5=26$ способов.)

8. МатеМаша с Программой играют в «Морской бой», но по своим правилам. Игровое поле имеет размер 10 на 10 клеток, и на нём у каждого игрока стоит только один четырёхпалубный корабль (он





II ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

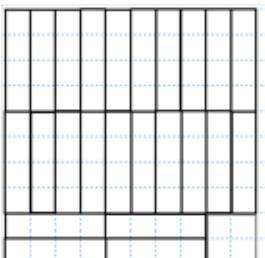
Заочного кружка по математике

Санкт-Петербургский Губернаторский
физико-математический лицей N30



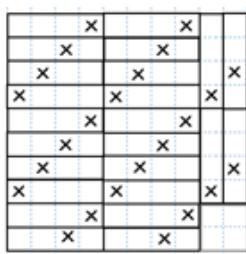
занимает 4 клетки в ряд). Какое наименьшее количество выстрелов необходимо сделать Программише, чтобы наверняка попасть в одну из клеток четырёхпалубного корабля Матемаши?
В ответе укажите только число.

Ответ: 24. (Разместим на поле 24 четырёхпалубных корабля так, чтобы они не пересекались.



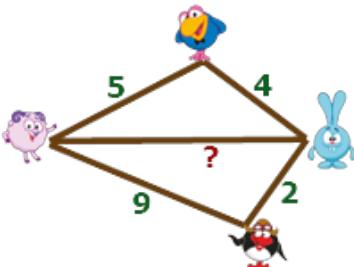
Ясно, что по каждому из них Программиша должен выстрелить хотя бы один раз — иначе Матемаша может расположить свой корабль как раз там, где не было выстрелов. Таким образом, нужно как минимум 24 выстрела.

Покажем, что 24 выстрела достаточно. Например, можно делать выстрелы так:



Ни в одной строке и ни в одном столбце нет четырёх подряд идущих клеток без крестика. Значит, расположить корабль так, чтобы его не задели, невозможно.)

9. От дома Бараша до дома Кар-Карыча 5 километров. От дома Кар-Карыча до дома Кроша 4 километра. От дома Кроша до дома Пина 2 километра. А от дома Пина до дома Бараша 9 километров. Примерная схема расположения их домов изображена на рисунке. Известно, что от дома Бараша до дома Кроша тоже целое число километров. Сколько?



Ответ: 8 км. (По прямой от дома Бараша до дома Кроша должно быть ближе, чем через дом Кар-Карыча, то есть меньше, чем $4+5=9$ километров. То есть от дома Бараша до дома Кроша не больше



II ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

Заочного кружка по математике

Санкт-Петербургский Губернаторский
физико-математический лицей N30



8 километров.

Но если это расстояние 7 километров или меньше, то получится, что дорога от дома Пина до дома Бараша через дом Кроша максимум $7+2=9$ километров. Но её длина должна быть больше, чем расстояние по прямой, то есть больше 9 километров. Значит, единственный возможный вариант – 8 километров.)

10. Программиша решил подробно изучать трёхзначные числа. Те трёхзначные числа, которые можно представить в виде произведения двух двузначных чисел, он назвал несложными, а остальные – сложными. Программиша хочет найти несколько сложных чисел, идущих подряд. Какое наибольшее количество таких чисел подряд ему удастся найти?

Ответ: 9. (Все трёхзначные числа, которые оканчиваются на 0, точно несложные – их можно представить в виде произведения 10 и еще одного двузначного числа: $A\bar{B}0=A\bar{B}\times 10$. Значит, каждое 10-е число точно несложное. Значит, сложных подряд не может быть больше 9-ти.

А вот 9 сложных чисел подряд найти можно. Например, со 101 до 109. Покажем, что они все сложные. Самое маленькое произведение, которое может получиться при перемножении двух двузначных чисел – это $10\times 10=100$ (поскольку мы взяли самые маленькие двузначные числа). Если взять произведение $10\times 11=110$ – это будет следующее по величине произведение. Все другие произведения двузначных чисел будут больше, чем 110. Значит, все числа между 100 и 110 в виде произведения двух двузначных чисел представить нельзя.)

