



Тур 2 - 3 класс - решения

1. МатеМаша написала в каждой клетке таблицы по числу. Суммы чисел во всех строчках и во всех столбиках оказались одинаковыми. Прилетели четыре жука и закрыли четыре числа из таблицы. Чему равна сумма чисел, закрытых жуками?

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 5 | 4 | 2 |
| 3 | 4 | 1 | |
| 6 | | 0 | 4 |
| 2 | 1 | 7 | |

Ответ: 9. (В третьем столбце все числа видны, и их сумма равна $4+1+0+7=12$. Значит, во всех остальных столбцах и строчках суммы тоже равны 12. Значит, в первой строке закрыто число $12-5-4-2=1$. Во второй строке не хватает числа $12-3-4-1=4$. В третьей строке число под жуком равно $12-6-0-4=2$. А в четвёртой строке закрыто число $12-2-1-7=2$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 4 | 2 |
| 3 | 4 | 1 | 4 |
| 6 | 2 | 0 | 4 |
| 2 | 1 | 7 | 2 |

Сумма закрытых чисел равна $1+4+2+2=9$.)

2. В двух кабинетах было 36 детей. На перемену из первого кабинета вышло 10 детей, а из второго - 20 детей. После этого в кабинетах осталось одинаковое количество детей. Сколько детей было изначально в первом кабинете?

Ответ: 13. (Когда из кабинетов вышли дети, то общее число детей в двух кабинетах стало $36-10-20=6$. Так как в кабинетах осталось одинаковое количество детей, а в сумме детей 6, то в каждом кабинете осталось по 3 ребёнка ($3+3=6$). Значит, изначально в первом кабинете было $3+10=13$ детей.)



II ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

Заочного кружка по математике

Санкт-Петербургский Губернаторский
физико-математический лицей N30



3. Какому наименьшему количеству цифр достаточно обучить обезьянку, чтобы она могла записать хотя бы четыре разных двузначных числа?

Ответ: 2. (Если она будет знать только одну цифру, то она сможет записать только одно число. А вот двух цифр ей уже хватит. Например, зная цифры 1 и 2, можно записать числа 11, 12, 21, 22.)

4. Программиша пишет 7-ми своим друзьям каждый день, 9-ти другим друзьям — через день, а остальным не пишет совсем. Сегодня Программиша написал 10-ти друзьям. Сколько друзьям он напишет завтра?

Ответ: 13. (Сегодня он написал 7-ми друзьям, которым пишет каждый день, и еще троим ($7+3=10$). То есть эти трое — из тех 9-ти, которым Программиша пишет через день. Значит, этим троим Программиша завтра не напишет, зато напишет остальным шестерым ($9-3=6$). Значит, завтра Программиша напишет $7+6=13$ друзьям.)

5. Папе сейчас 36 лет, а его троим сыновьям 2, 5 и 7 лет. Через сколько лет сумма возрастов сыновей будет равна возрасту папы?

Ответ: через 11. (Сейчас папе 36 лет, а сыновьям в сумме $2+5+7=14$ лет. Разница составляет $36-14=22$ года. Каждый год к возрасту папы добавляется 1 год, а к сумме возрастов сыновей по 3 года. Значит, каждый год разница сокращается на 2 года. Чтобы разница сократилась до 0, должно пройти 11 лет.)

6. Электронные часы показывают часы и минуты (от 00:00 до 23:59). Какой самый большой промежуток времени без перерыва на часах есть хотя бы одна цифра 5?

Ответ: 70 минут. (Цифра 5 горит на табло в течение двух целых часов: с 05:00 до 05:59 и с 15:00 до 15:59. При этом перед этим в конце предыдущего часа цифра 5 горит на табло еще в течение 10 минут: с 04:50 и с 14:50. Остальные промежутки с цифрой 5 имеют длительность меньше часа. Значит, самый длинный промежуток времени с цифрой 5 на табло - 1 час 10 минут.)

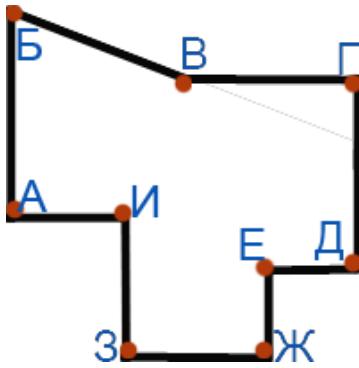
7. Комната имеет форму, как показано на рисунке. Программиша хочет встать в один из углов так, чтобы видеть всю комнату, не сходя с места. Найдите все углы, в которые он может встать.

- А;
- Б;



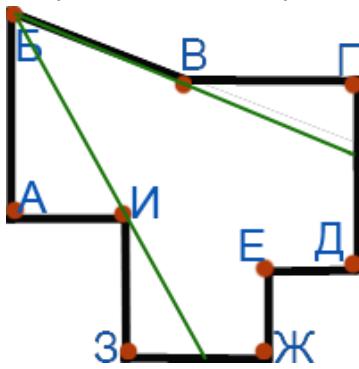


- В;
- Г;
- Д;
- Е;
- Ж;
- З;
- И.



Ответ: В, И. (Из угла А не видны, например, углы Ж и З.

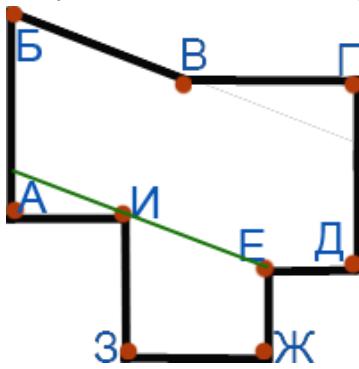
Из угла Б не видны углы Г и З.



Из угла Г не видны угол Б, а также угол Ж.

Из угла Д не видны, например, углы Ж и З.

Из угла Е не виден А и территория около него.



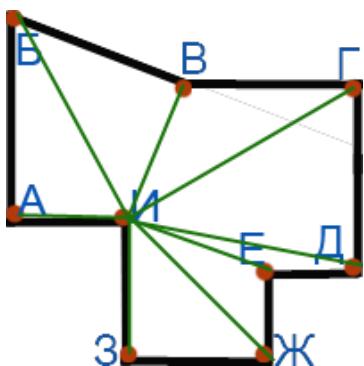
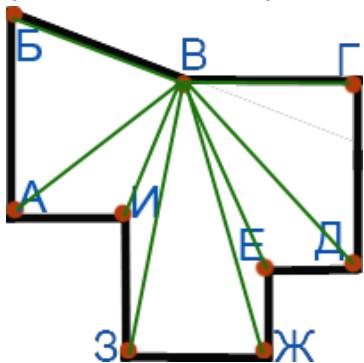
Из угла Ж не видны, например, Г и Д.





Из угла 3 не видны, например, А и Б.

А вот из углов В и И просматривается вся комната: если провести из них линии ко всем остальным углам, то они окажутся в поле зрения:



И территория между ними тоже везде просматривается.)

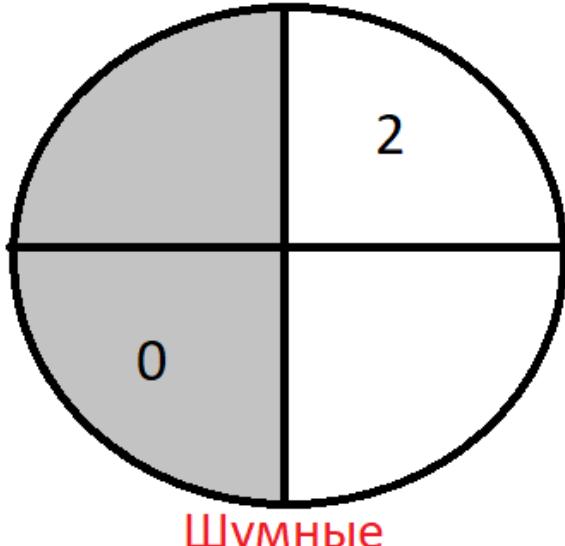
8. У бабушки Настасьи живут гуси и лебеди. Некоторые из них белые, а остальные серые. Некоторые из птиц шумные, а остальные — тихие. Серых гусей 5, шумных гусей 4. Всего шумных серых птиц 5. При этом тихих белых гусей 2, шумных белых лебедей тоже 2, а шумных серых гусей вообще ни одного. Сколько у бабушки Настасьи тихих серых лебедей, если всего у неё 26 птиц, а тихих белых лебедей 6?

Ответ: 2. (На схеме отметим количества гусей и лебедей, которые нам известны по условию. Для этого изобразим количество всех гусей и лебедей в виде двух кругов (один - количество гусей, второй - количество лебедей). Каждый круг разделим вертикальной линией на 2 части - белую и серую, туда будем вписывать соответственно количество белых и серых гусей или лебедей. Теперь разделим круги еще и горизонтальной линией - выше этой линии будем вписывать количество тихих гусей или лебедей, ниже - количество шумных гусей или лебедей. Таким образом, каждый круг разделен на 4 части, которым соответствуют количества шумных серых, тихих серых, шумных белых, тихих белых гусей или лебедей. Впишем числа, которые нам явно даны в условии (количество тихих белых гусей, шумных серых гусей, тихих белых лебедей и шумных белых лебедей):



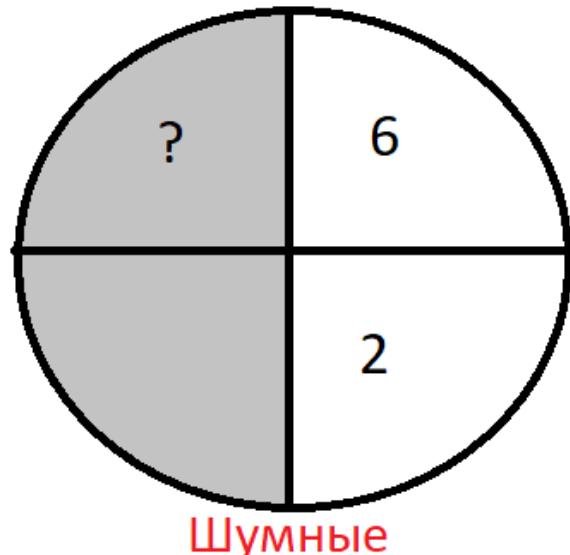
Гуси

Тихие



Лебеди

Тихие



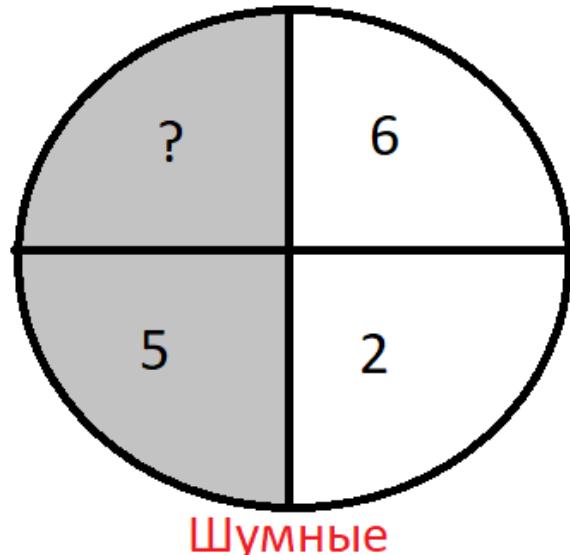
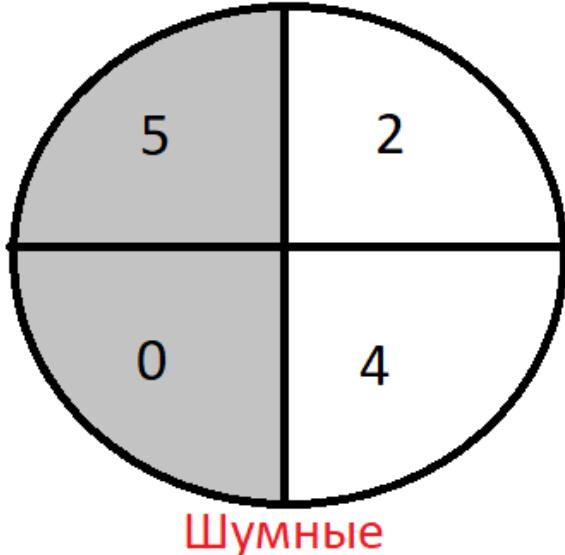
Мы еще не воспользовались тем, что серых гусей - 5, шумных гусей - 4, шумных серых птиц - 5. Так как серых шумных гусей нет, то все серые гуси - тихие, все шумные гуси - белые и все шумные серые птицы - лебеди. Теперь можем дополнить схему.

Гуси

Лебеди

Тихие

Тихие



Всего у бабушки 26 птиц. Тогда тихих серых лебедей $26 - 5 - 2 - 4 - 6 - 5 - 2 = 2$.)





II ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

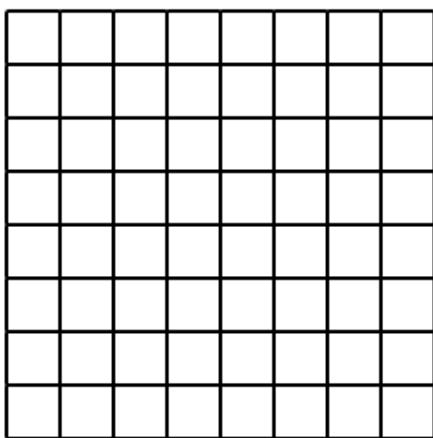
Заочного кружка по математике

Санкт-Петербургский Губернаторский
физико-математический лицей N30

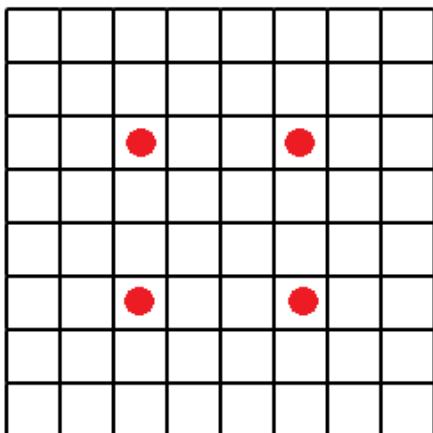


9. Программиша нарисовал на клетчатой бумаге квадрат со стороной 8 клеток. Он хочет поставить в некоторые клетки квадрата точки так, чтобы в любой квадрат 3 на 3 клетки попадала ровно одна точка. Какое наименьшее и какое наибольшее количество точек может поставить Программиша?

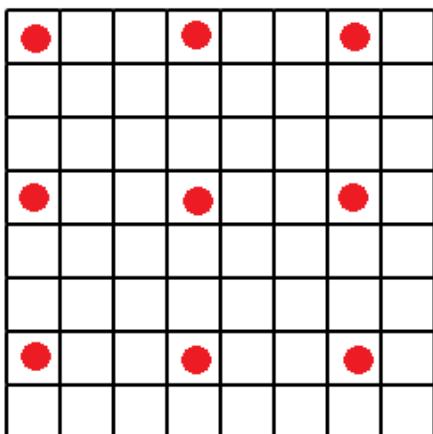
В ответе напишите два числа через запятую.



Ответ: 4, 9. (Наименьшее количество точек - 4. Вот пример:

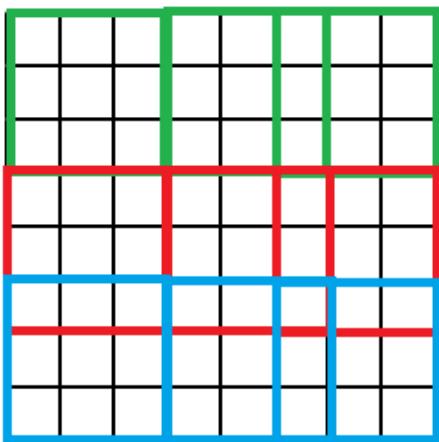


Наибольшее количество точек - 9. Вот пример:

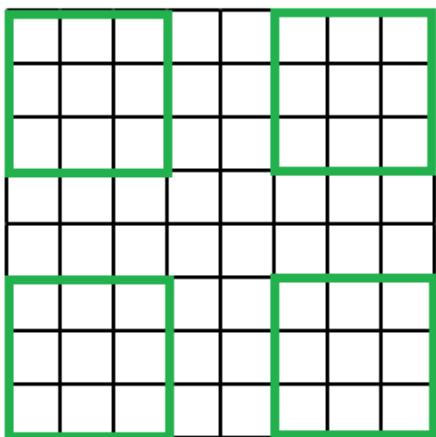




Покажем, что это действительно минимум и максимум. Сначала докажем, что 9 - максимальное количество точек. Для этого покроем квадрат 8 на 8 девятью квадратами 3 на 3.



Так как 9 этих квадратов полностью покрывают все клетки квадрата 8 на 8, то если точек будет хотя бы 10, то в каком-то из этих квадратов 3 на 3 точно будет 2 точки (нельзя расставить 10 точек в 9 квадратах так, чтобы в каждом была ровно одна точка). Значит, больше 9 точек быть не может. Теперь докажем минимальность 4-ёх точек. Для этого изобразим 4 непересекающихся квадрата 3 на 3 в квадрате 8 на 8.



Для того, чтобы в каждом из этих квадратов была ровно одна точка, потребуются 4 точки. То есть меньшим количеством точек, чем 4, не обойтись.

Таким образом, мы доказали, что 4 - минимальное количество точек, а 9 - максимальное количество, а также показали способы расстановки этих точек, удовлетворяющие условию задачи.)

10. На съезд волшебников приехали четверо волшебников: Мерлин, Дамблдор, Гэндальф и старик Хоттабыч. Каждый волшебник поселился в одной из 4 комнат: зелёной, синей, жёлтой, и белой.



II ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

Заочного кружка по математике

Санкт-Петербургский Губернаторский
физико-математический лицей N30



Волшебники привезли с собой 4 магических предмета (каждый по одному): книгу сказок, книгу заклинаний, сову, трость. Определите, в какой комнате поселился старик Хоттабыч и что он привёз, если известно:

1. У Гэндальфа нет совы.
2. У Мерлина есть книга.
3. Хозяин совы остановился в зелёной комнате.
4. У Гэндальфа нет книг.
5. Книга заклинаний лежит в белой комнате.
6. Дамблдор живёт либо в зелёной, либо в жёлтой комнате.
7. Волшебник с тростью остановился либо в зелёной, либо в жёлтой комнате.
8. Мерлин остановился в белой комнате.

- Зелёная;
- Синяя;
- Жёлтая;
- Белая;
- Книга сказок;
- Трость;
- Книга заклинаний;
- Сова.

Ответ: Синяя, книга сказок. (Из предложений 1 и 4 понимаем, что у Гэндальфа нет ни книг, ни совы, значит, он привез с собой трость. Из предложения 7 понимаем, что тогда Гэндальф остановился либо в зелёной, либо в жёлтой комнате. Но в предложении 3 сказано, что в зелёной комнате остановился хозяин совы. Значит, Гэндальф остановился в жёлтой комнате. В предложении 6 сказано, что Дамблдор остановился либо в жёлтой, либо в зелёной комнате. Так как жёлтая комната уже занята, значит, Дамблдор остановился в зелёной комнате и он хозяин совы. В предложении 8 сказано, что в белой комнате живёт Мерлин, а в 5-ом предложении говорится, что в белой комнате лежит книга заклинаний. Значит, книгу заклинаний привёз Мерлин, и живёт он в белой комнате. Тогда старик Хоттабыч привёз книгу сказок и живёт в синей комнате.)

