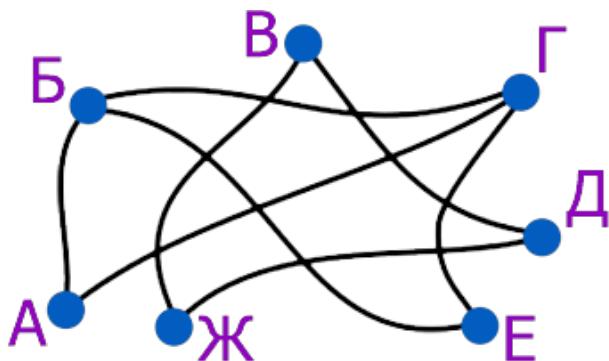




Тип_2 - 4 класс - решения

1. В стране между некоторыми городами построили железные дороги. В местах пересечений сделаны мосты, и переезда с одной линии на другую нет. До каких городов можно поездами (возможно, с пересадками) доехать из города А?

- Б;
- В;
- Г;
- Д;
- Е;
- Ж.



Ответ: Б, Г, Е. (До Б и Г есть дороги из А. Из А в Е можно доехать, например, с пересадкой в Б. А вот города В, Д и Ж соединены только между собой, и в них нельзя добраться ни из одного из городов А, Б, Г и Е.)

2. Программиша посмотрел на часы, которые показывали 15:47. Если он сейчас же отправится в кинотеатр, то опаздывает на мультфильм всего на 7 минут. Во сколько начинается мультфильм, если путь до кинотеатра занимает 25 минут?

Ответ: 16:05. (Прибавим к 15:47 те 25 минут, которые Программиша потратит на дорогу - в кинотеатре Программиша будет в 16:12. А так как опоздание 7-ми минутное, то мультфильм начнётся в 16:05.)

3. Принцесса пересчитала свои платья и задумчиво произнесла: "Если я куплю ещё столько же платьев, а потом докуплю ещё половину от того, что есть сейчас, у меня будет ровно 100 платьев". Сколько платьев у принцессы?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



III ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

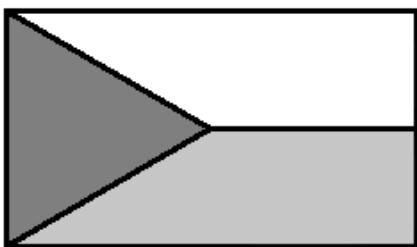
Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Ответ: 40. (100 платьев - это удвоенное количество платьев принцессы, да ещё половина от нынешнего количества платьев. То есть можно разделить 100 платьев на 5 равных частей, и каждая часть - это половина всех платьев принцессы. Значит, $100:5=20$ платьев - это половина всех платьев. Значит, всего у принцессы $20+20=40$ платьев.)

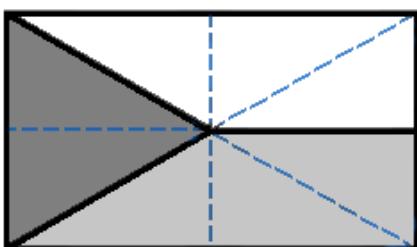
4. Флаг города Граап прямоугольный и трёхцветный. Он разделён на три части отрезками, проведёнными из центра флага. Граапчане к празднику сшили флаг из шёлка трёх разных цветов. Нижний четырёхугольный кусок ткани весил 60 граммов. Сколько граммов весил весь флаг?

Замечание: Центр флага находится на одинаковом расстоянии от верхнего и нижнего края и на одинаковом расстоянии от правого и левого края. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 160. (Проведём вертикальную линию посередине флага. Потом проведём горизонтальную линию тоже посередине. Эти линии разобьют флаг на 4 одинаковых прямоугольника. А точка пересечения этих линий - это и будет центр флага.

Из центра флага уже проведены два отрезка к двум углам флага. Проведём еще два таких отрезка к оставшимся двум углам флага. Эти отрезки разбивают каждый прямоугольник на два одинаковых треугольника.



Получилось, что весь флаг разбит на 8 одинаковых треугольников. Нижний четырёхугольный кусок ткани состоит из трёх таких треугольников и весит 60 граммов. Значит, один треугольник весит $60:3=20$ граммов. А весь флаг состоит из 8-ми треугольников. Значит, весь флаг весит $20*8=160$ граммов.)

5. Есть 30 цветов: розы, тюльпаны, пионы и лилии. Известно, что ровно 22 цветка – не розы, 18 – не пионы, 7 – лилии. Сколько тюльпанов?





III ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

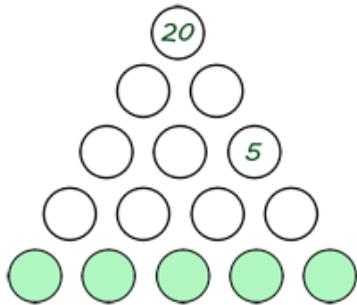
Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Ответ: 3. (Раз 22 цветка – не розы, то розы – оставшиеся $30-22=8$ штук. Пионов тогда $30-18=12$ штук. А лилий 7. Тогда тюльпанов $30-8-12-7=3$ штуки.)

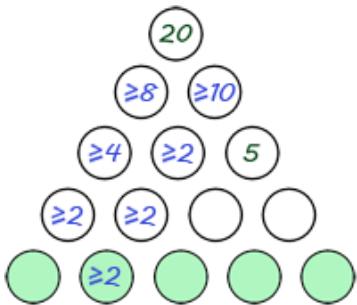
6. Матемашина нарисовала кружочки и в каждом написала натуральное число. Число в каждом кружочке (кроме нижних) равно произведению чисел в двух кружочках, которые находятся прямо под ним. Найдите сумму пяти чисел в нижнем ряду.

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



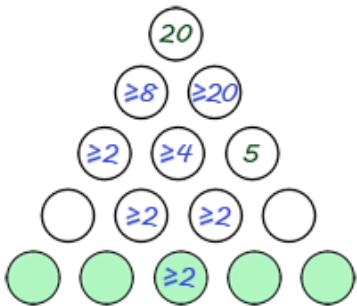
Ответ: 12. (Посмотрим на три кружка в нижнем ряду - второй, третий и четвёртый (все, кроме двух крайних).

Допустим, во втором кружочке стоит 2 или больше. Тогда оба числа над ним тоже не менее чем 2 (они получаются умножением нижнего числа 2 минимум на 1). Тогда числа над этими двумя числами - это минимум 4 и 2, а число над ними - минимум 8. А число над числом 5 не меньше 10-ти.



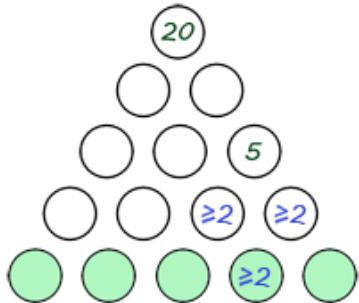
Значит, на месте числа 20 должно стоять число не менее чем $8*10=80$, но это не так. Значит, во втором нижнем кружочке не может стоять 2 или более. Значит, там может быть написано только число 1.

Аналогично, в третьем кружочке тоже может стоять только число 1.



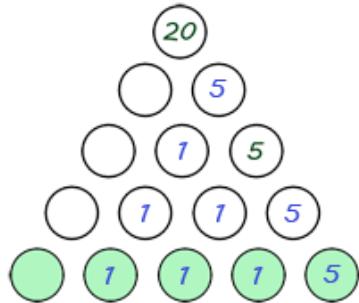


Если в четвёртом нижнем кружочке написано 2 или более, то два числа над ним оба больше или равны 2.

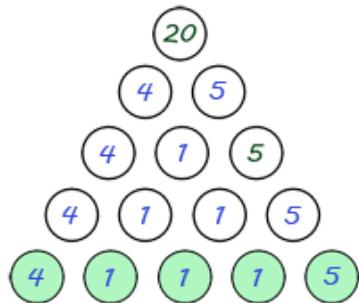


Но их произведение должно быть равно 5, а 5 можно получить только как $5*1$. Значит, одно из них должно быть 1, то есть они оба не могут быть больше или равны 2. Значит, в четвёртом кружочке тоже может быть только 1.

Найдём все числа, которые теперь можно посчитать:



И чтобы наверху получилось число 20, в левом нижнем кружочке должно стоять число 4. То есть весь треугольник выглядит так:



И тогда сумма всех чисел в нижнем ряду равна $4+1+1+1+5=12$.)

7. Програ~~М~~иша задумал натуральное число N и предложил Мат~~М~~аше его угадать. Мат~~М~~аша написала 5 утверждений: N больше 15; N меньше 17; N больше 8; N не меньше 10; N больше 6. Програ~~М~~иша сказал Мат~~М~~аше, что ровно 3 из утверждений верны, а оставшиеся 2 ложны. Отгадайте число N .

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).





III ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Ответ: 9. (Запишем ещё раз все утверждения и пронумеруем их:

первое: N больше 15;

второе: N меньше 17;

третье: N больше 8;

четвёртое: N не меньше 10;

пятое: N больше 6.

Если первое утверждение верно, то верны и третью, четвёртое и пятое - то есть верны 4 утверждения. Но по условию верны только 3 утверждения. Значит, первое утверждение должно быть ложно. Значит, N меньше или равно 15.

Тогда второе утверждение точно верно.

Если четвёртое утверждение верно, то верны и третью, и пятое утверждения - получается всего 4 верных утверждения (2-ое, 3-е, 4-ое, 5-ое). Но верных утверждений должно быть ровно 3, значит, четвёртое утверждение ложно. То есть N меньше 10.

Мы определили 2 ложных утверждения (1-ое и 4-ое), все остальные утверждения должны быть истинными. Получается, что N меньше 10 (так как четвёртое утверждение ложно) и больше 8 (так как третью утверждение верно) - это может быть только число 9. Для $N=9$ действительно верны утверждения 2-ое, 3-е и 5-ое, то есть ровно три утверждения, а остальные два ложны.)

8. Программиша нашёл несколько последовательных натуральных чисел, сумма которых равна 30. Сколько это могло быть чисел?

Замечание: Последовательные числа - это числа, которые идут подряд в ряду натуральных чисел (например: 75, 76, 77).

- 2;
- 3;
- 4;
- 5;
- 6;
- 7;
- 8;
- 9;
- 10.

Ответ: 3, 4, 5. (Чисел не может быть 8 и более, поскольку 8 последовательных чисел с самой маленькой суммой - это числа от 1 до 8, а $1+2+3+4+5+6+7+8=36$.

Чисел не может быть и 7, потому что самая маленькая возможная сумма $1+2+3+4+5+6+7=28$ - это мало, а сумма следующих 7-ми последовательных чисел (то есть чисел от 2 до 8) равна 35.

Не может быть и 6 чисел: если бы такие числа нашлись, то это обязательно были бы 3 чётных и 3 нечётных числа, а сумма таких чисел всегда нечётна.





III ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Также не может быть 2 числа: два последовательных числа - это обязательно чётное и нечётное число, а сумма таких чисел тоже всегда нечётна.

А 3, 4 и 5 чисел могло быть, вот примеры:

$$9+10+11=30;$$

$$6+7+8+9=30;$$

$$4+5+6+7+8=30.)$$

9. Программиша придумал способ шифровать числа. Для этого нужно написать произведение первых двух цифр, после этого — произведение второй и третьей цифр, и так далее. Например, число 256 зашифруется как 1030. Из каких чисел при такой шифровке получится число 3645?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 495, 9415. (Предположим, что произведение первых цифр шифруемого числа 3. Тогда это число начинается на 13 или 31. Рассмотрим вариант, когда число начинается с 13. Тогда произведение цифры 3 и следующей цифры - это либо 6, либо 64 (так как произведение однозначных чисел не может дать трёхзначное число). Тогда это может быть только 6, так как 64 на 3 не делится. Если это 6, то следующая цифра в шифруемом числе - это 2, то есть число начинается с 132. Тогда следующая цифра может быть только 2 (так как произведение либо 4, либо 45, но 45 на 2 не делится). Получается, что число начинается с 1322. Но дальше в шифровке идёт 5, а 5 не может получиться в результате умножения числа 2 на какое-то другое целое число. Значит, такой вариант не подходит.

Тогда рассмотрим вариант, когда шифруемое число начинается с 31. Тогда следующая его цифра должна быть 6. То есть шифруемое число начинается с 316. Следующая цифра в числе должна быть такая, чтобы её произведение с цифрой 6 было равно 4 или 45. Но такого не может быть, так как ни 4, ни 45 не делятся на 6.

Значит, произведение первых двух цифр шифруемого числа 36. Это могут быть только цифры 4 и 9. Рассмотрим вариант, когда число начинается с 94. Тогда при умножении 4 на следующую цифру должно получиться или 4, или 45. Но 45 не может получиться, так как 45 не делится на 4. Значит, произведение должно быть равно 4, то есть следующей цифрой должна быть 1. Получается, что число начинается с 941. Далее произведение 1 и следующей цифры должно быть равно 5. Значит, следующая цифра 5. Получается, что шифруемым числом могло быть число 9415.

Если число начинается с 49, то произведение 9 и следующей цифры должно быть равно или 4, или 45. Поскольку 4 на 9 не делится, то произведение будет равно 45, а следующей цифрой будет 5. Значит, шифруемое число 495.

Значит, такой шифр получится только из чисел 495 и 9415.)





III ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



10. В школе прошла олимпиада по математике. Все участники набрали разное количество баллов и заняли разные места. По итогам олимпиады первым 10-ти участникам выдаются дипломы 1-ой, 2-ой и 3-ей степени. Жюри нужно разделить первую десятку призёров на три группы: несколько лучших получат диплом 1-ой степени, следующие несколько участников - диплом 2-ой степени, а остальные - диплом 3-ей степени. Дипломов каждого вида выдаётся минимум 1 штука. Сколько способов у жюри распределить дипломы между участниками первой десятки?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 36. (Поскольку баллы участников уже известны, то порядок участников первой десятки уже определён. Значит, задача сводится к тому, чтобы разбить 10 на три слагаемых: первое слагаемое будет означать, сколько лучших участников получат диплом 1-ой степени, второе - это количество дипломов 2-ой степени, а третье - количество дипломов 3-ей степени. При этом каждое слагаемое должно быть не меньше 1.

Тогда представим разбиение 10-ти на три слагаемых так: $10=(1+?)+(1+?)+(1+?)$. Поскольку $1+1+1=3$, то на $?+?+?$ остаётся $10-3=7$. Значит, нужно узнать количество способов разбить 7 на три слагаемых, которые и будут "добавками" к каждой единице (при этом порядок слагаемых важен).

Каждое слагаемое может быть от 0 до 7. Итак, пусть первое слагаемое 0. Тогда есть такие способы:

$7=0+0+7=0+1+6=0+2+5=0+3+4=0+4+3=0+5+2=0+6+1=0+7+0$ - 8 способов.

Пусть первое слагаемое 1. Тогда остальные два слагаемых в сумме дают 6. Это такие способы:

$7=1+0+6=1+1+5=1+2+4=1+3+3=1+4+2=1+5+1=1+6+0$ - 7 способов.

Пусть первое слагаемое 2. Тогда остальные два слагаемых в сумме дают 5. Это такие способы:

$7=2+0+5=2+1+4=2+2+3=2+3+2=2+4+1=2+5+0$ - 6 способов.

Пусть первое слагаемое 3. Тогда на остальные два слагаемых остаётся $7-3=4$, и будет 5 способов разбить 4 на два слагаемых: $0+4$, $1+3$, $2+2$, $3+1$, $4+0$.

Пусть первое слагаемое 4. Тогда на остальные два слагаемых остаётся $7-4=3$, и будет 4 способа разбить 3 на два слагаемых: $0+3$, $1+2$, $2+1$, $3+0$.

Если первое слагаемое 5, то на остальные два слагаемых остаётся $7-5=2$, и будет 3 способа разбить 2 на два слагаемых: $0+2$, $1+1$, $2+0$.

Если первое слагаемое 6, то на остальные два слагаемых остаётся 1, и будет 2 способа разбить 1 на два слагаемых: $0+1$, $1+0$.

И, наконец, если первое слагаемое 7, то на остальные два слагаемых остаётся 0, то есть оба слагаемые - нули, 1 способ.

Значит, всего способов распределить дипломы $8+7+6+5+4+3+2+1=36$.)

