



#### IV ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский  
физико-математический лицей №30



Тур\_2 - 3 класс

### Тур\_2 - 3 класс - решения

1. Через полгода после дня рождения Витя сказал: “Ровно два месяца назад, 24 января, я писал второй тур олимпиады!” В каком месяце у Вити день рождения?

- Январь;
- Февраль;
- Март;
- Апрель;
- Май;
- Июнь;
- Июль;
- Август;
- Сентябрь;
- Октябрь;
- Ноябрь;
- Декабрь.

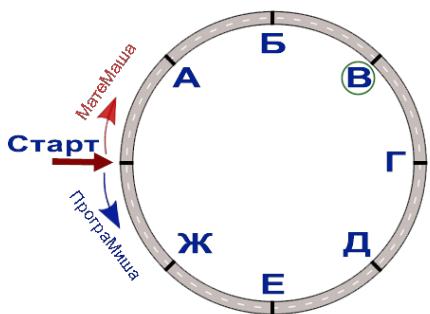
*Ответ: сентябрь. (Полгода - это 6 месяцев. Получается, Витин день рождения был за 6-2=4 месяца до январской олимпиады. За месяц до олимпиады был декабрь, за 2 месяца - ноябрь, за 3 месяца - октябрь и за 4 месяца - сентябрь.)*

2. Программиша и Матемаша вышли на пробежку. Дорожка вокруг стадиона разделена на 8 равных частей. Ребята стартовали одновременно в одном месте, но побежали в разные стороны. Первый раз они встретились в точке В. В какой точке произошла вторая встреча?

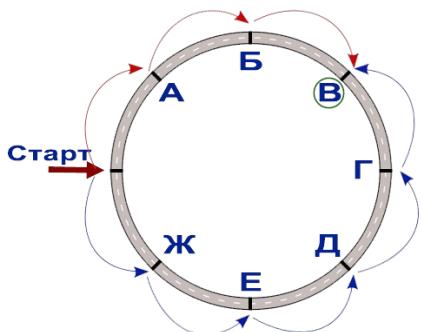
*Замечание: Каждый из ребят бежит с постоянной скоростью.*

- А;
- Б;
- В;
- Г;
- Д;
- Е;
- Ж.

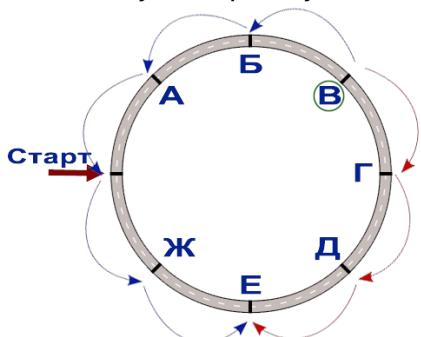




*Ответ: Е. (За то время, пока МатеМаша бежит 3 части круга, Программа пробегает 5 частей:*



*Значит, после первой встречи МатеМаша снова пробежит 3 части, а Программа - 5 частей, и они снова в сумме пробегут полный круг и встретятся:*



*Значит, вторая встреча произойдёт в точке Е.)*

3. Решением жюри задача снята.

*Ответ:*

4. МатеМаша в выражении ПО+ЛОТ+НО заменила одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные буквы разными цифрами. Какой наибольший результат она может получить, когда вычислит сумму?





#### IV ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский  
физико-математический лицей №30



Тип\_2 - 3 класс

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 1131. (Чтобы результат был наибольшим, цифру 9 надо поставить в самый старший разряд - в разряд сотен, то есть на место буквы Л.

В разряде десятков стоят буквы П, О и Н - вместо них надо поставить следующие по величине три цифры, то есть 8, 7 и 6. Причём при сложении десятков порядок будет неважен. Но буква О встречается ещё и в разряде единиц, поэтому на место О нужно поставить самую большую из этих трёх цифр - 8. А на место П и Н можно поставить 7 и 6 в любом порядке.

Осталась буква Т в разряде единиц - на её место нужно поставить самую большую из оставшихся цифр - 5.

В итоге получится сумма  $78+985+68=1131$  (или  $68+985+78=1131$ ) - это самая большая возможная сумма.)

5. В доме есть два лифта: грузовой и пассажирский. Грузовой лифт поднимается с 1-го до 2-го этажа за такое же время, за какое пассажирский - с 1-го до 4-го. Чтобы подняться с 3-го этажа на 12-й, пассажирскому лифту нужно 18 секунд. За сколько секунд грузовой лифт поднимется с 5-го этажа на 9-й?

Замечание: Каждый лифт всегда движется с одинаковой скоростью. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 24. (Подъём с 1-го на 2-й этаж - это подъём на 1 промежуток между этажами. А подъём с 1-го на 4-й этаж - это подъём на 3 промежутка между этажами. Значит, пассажирский лифт тратит на 3 промежутка столько же времени, сколько грузовой на 1 промежуток.

Подъём с 3-го на 12-й этаж - это подъём на 9 промежутков. На это пассажирский лифт тратит 18 секунд. Значит, на 3 промежутка он тратит  $18:3=6$  секунд - это столько же, сколько нужно грузовому лифту, чтобы подняться на 1 промежуток. Значит, с 5-го на 9-й этаж, то есть на 4 промежутка, грузовой лифт поднимется за  $6*4=24$  секунды.)

6. МатеМаша написала на листке трёхзначное число. Она разрезала листок так, что на второй части осталась только последняя цифра числа. Сумма чисел на кусочках её листка оказалась равной 93. Программиша написал на своём листке это же число, но отрезал кусочек с первой цифрой. Сумма чисел на кусочках его листка равна 102. Какое трёхзначное число было написано на листках?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 894. (Сумма чисел на кусочках листка МатеМаши - 93. Это сумма двузначного и однозначного числа. Так как однозначное число не более 9, то двузначное число не менее  $93-9=84$  и не более 93. Если вторая цифра этого двузначного числа 8 или меньше, то двузначное число на





#### IV ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский  
физико-математический лицей №30



Тур\_2 - 3 класс

кусочках листка ПрограMiши не больше 89, а значит, у него не могла бы получиться сумма 102. Значит, вторая цифра - 9. Тогда первая цифра - 8, а двузначное число на кусочке МатeMaши - 89. Так как сумма с последней цифрой равна 93, то последняя цифра - это  $93-89=4$ . И всё число 894. А у ПрограMiши тогда получились числа 8 и 94 - их сумма действительно равна 102.)

7. ПрограMiша играет с дедушкой в “морской бой”. ПрограMiша отметил на своем игровом поле те дедушкины корабли, которые уже “убил”. Но для победы ему не хватает потопить один оставшийся четырёхпалубный корабль. В какую клетку ему следует выстрелить, чтобы наверняка ранить корабль противника?

*Замечание: Корабли не касаются друг друга даже углами клеток. В ответе укажите адрес клетки - букву и цифру без пробелов (например, B3).*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a										
б										
в										
г										
д										
е										
ж										
з										
и										
к										

*Ответ: Ж7. (Отметим около каждого подбитого корабля все соседние клетки (в том числе и по углу) - в них точно нет кораблей:*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
а										
б										
в										
г										
д										
е										
ж										
з										
и										
к										

*Остаётся 6 вариантов расположения четырёхпалубного корабля:*

*4 горизонтально*





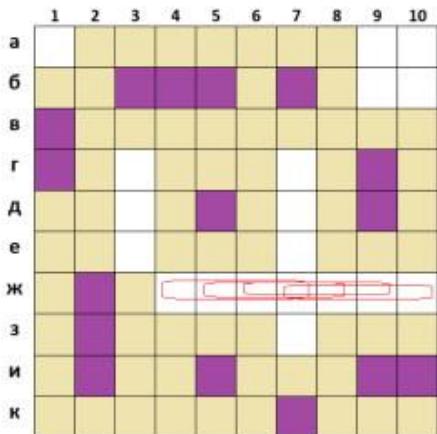
#### IV ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

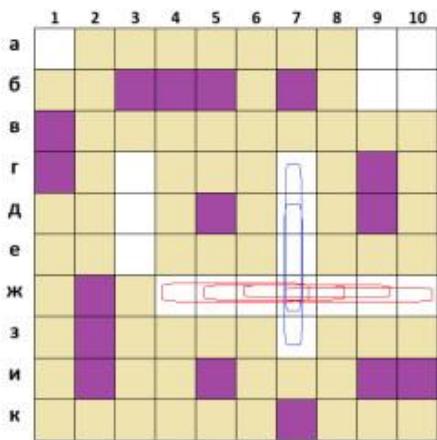
1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский  
физико-математический лицей №30

Typ\_2 - 3 класс



и 2 вертикально:



Получается, что клетка Ж7 в любом случае занята кораблём, а в остальных клетках корабля может и не быть.)

8. МатеМаша придумала называть год “интересным”, если в нём можно переставить цифры и составить какую-то дату. Например, сейчас 2021 год - из этих цифр можно составить дату 20.12 (20 декабря). Какой первый после 2021-го “неинтересный” год?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 2133. (Все годы от 2022 до 2132 - «интересные». Покажем, как получить из них дату:

2022-2099 годы:  $20XY \rightarrow 2Y.0X$  ( $Y$  от 0 до 9,  $X$  от 2 до 9);

2100 год:  $2100 \rightarrow 20.01$ ;

2101-2131 годы:  $21XY \rightarrow XY.12$  ( $XY$  от 01 до 31);

2132 год:  $2132 \rightarrow 23.12$ .

А из 2133 года составить дату уже не удастся - номер месяца можно сделать только 12, но тогда получится 33.12, а в декабре 31 день. Значит, 2133 будет ближайший «неинтересный год».)





#### IV ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

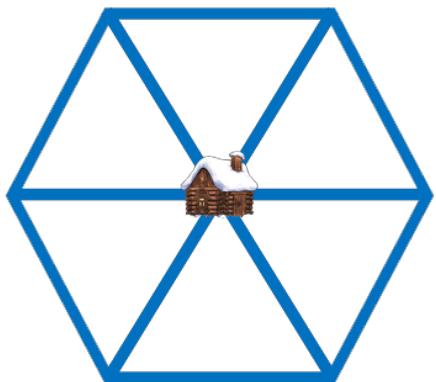
Санкт-Петербургский губернаторский  
физико-математический лицей №30



Тур\_2 - 3 класс

9. Мороз-воевода дозором обходит владенья свои. Владенья Мороза состоят из 12-ти лесных дорожек, расположенных как на рисунке. Длина каждой дорожки 1 км. Какое наименьшее расстояние (в километрах) нужно пройти Морозу, чтобы выйти из домика, обойти все свои владенья и вернуться обратно в домик?

Замечание: По дорожкам можно проходить несколько раз. В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

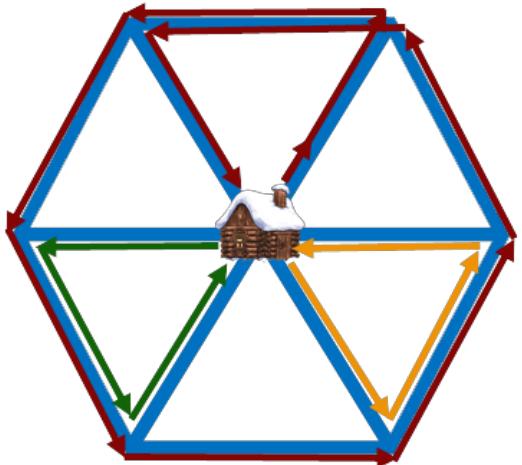


Ответ: 15. (Будем рисовать путь Мороза так: если он проходит второй раз по одной и той же дорожке, то будем рисовать вторую линию, рядом с предыдущей. В итоге получится, что некоторые точки соединены одной линией, а некоторые - двумя или даже больше. Так как Мороз-воевода летать не умеет :), то получилась линия, которую мы рисовали, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя по одной линии дважды.

Тогда каждый раз, проходя через точку пересечения, мы добавляли в этой точке 2 линии - по которой пришли и по которой ушли. Значит, из каждой точки пересечения должно выходить чётное число линий. Но на схеме из центральной точки (с домиком) выходит 6 линий, а из остальных точек - по 3. Значит, так как Мороз прошёл по всем дорожкам, на нашей схеме из центральной точки будет выходить минимум 6 линий, а из остальных - минимум по 4 (ближайшее чётное число больше 3). Значит, в сумме из всех точек будет выходить минимум  $6+4*6=30$  линий. Но это посчитаны концы линий, а у каждой линии по 2 конца. Значит, линий минимум  $30:2=15$ .

Все линии по 1 км, то есть меньше чем 15 км пройти не получится. А вот обойти все дорожки и пройти 15 км можно, например, так: сначала пройти по красным стрелкам (9 км), потом по зелёным (3 км), а потом по оранжевым (ещё 3 км).





В итоге Мороз пройдёт  $9+3+3=15$  км и обойдёт все свои владения.

Значит, наименьшее расстояние, которое придётся пройти Морозу, - это 15 км.)

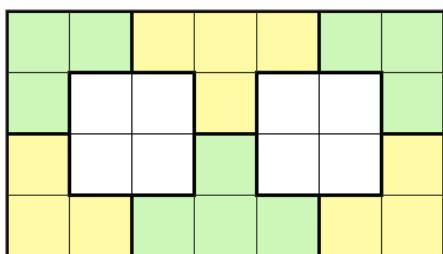
10. На острове живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Однажды вечером некоторые жители пошли в театр. В зале театра 4 ряда по 7 кресел, и все места были заняты. После спектакля каждый зритель сказал, что среди его соседей были и рыцарь, и лжец (соседями считаются сидящие спереди, сзади, справа и слева). Какое наибольшее количество рыцарей могло быть в театре?

*Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).*

*Ответ: 21. (Будем искать не наибольшее возможное число рыцарей, а наименьшее возможное число лжецов - в этом случае рыцарей и будет максимальное количество.*

*Изобразим места в театре в виде прямоугольника 7x4 клеток.*

*Выделим такие 6 фигурок:*



*Если в какой-то фигурке находятся только рыцари, то условие задачи не выполнено - в этой фигурке найдётся рыцарь, который солгал (в каждой фигурке этот рыцарь отмечен точкой):*



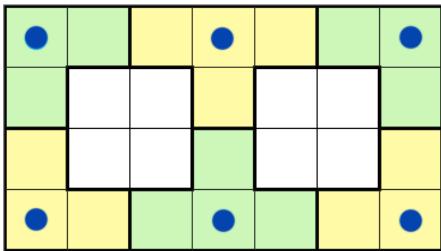
#### IV ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

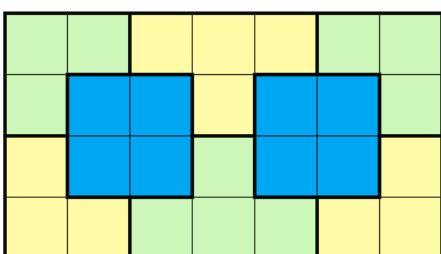
1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский  
физико-математический лицей №30

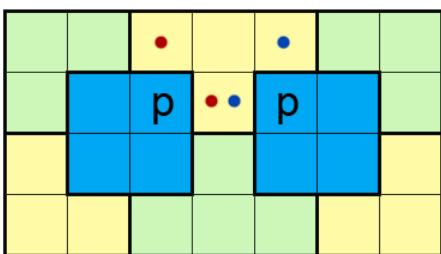
Тур\_2 - 3 класс



Значит, в каждой фигурке должен быть хотя бы 1 лжец. А значит, всего лжецов не меньше 6-ти. Но докажем, что и 6 лжецов не может быть. Предположим обратное - пусть лжецов все-таки 6. Тогда в каждой из отмеченных фигурок ровно один лжец, а в остальных областях лжецов нет совсем. Отметим клетки, где точно находятся рыцари, синим цветом:

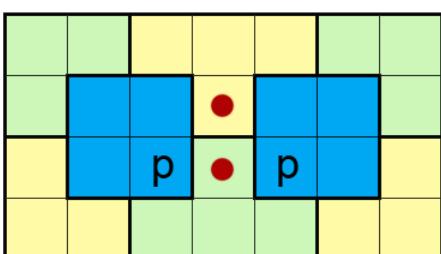


Теперь рассмотрим двух рыцарей в отмеченных клетках (буквы Р):



У каждого должно быть по соседу-лжецу, но эти соседи точно не в синих клетках. Значит, их соседи лжецы в жёлтых клетках. Но в жёлтой фигурке только один лжец. Значит, этот лжец должен быть в клетке, куда попали две точки.

Теперь рассмотрим ещё двоих рыцарей - в клетках пониже. У них соседи-лжецы должны быть в зелёных клетках. Но в зелёной фигурке лжец только один, поэтому этот лжец должен быть в клетке между рыцарями.



Итак, мы получили, что два лжеца должны быть в двух соседних клетках. Но тогда эти лжецы





## IV ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

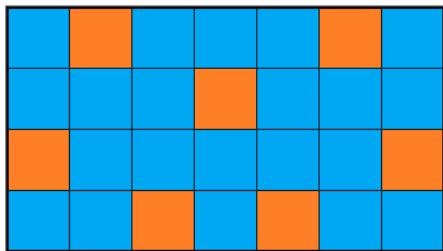
Санкт-Петербургский губернаторский  
физико-математический лицей №30



Тур\_2 - 3 класс

сказали правду, а такого не может быть.

Значит, 6 лжецов тоже не может быть. Значит, лжецов как минимум 7. А 7 лжецов могут быть зрительном зале. Например, так (синие клетки - рыцари, оранжевые - лжецы):



Значит, 7 - это наименьшее возможное число лжецов. А значит, рыцарей в зале максимум  $28-7=21$ .)

