



IX ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Typ_1 - 2 класс

Typ_1 - 2 класс - решения

1. У МатеМаши в мешочке лежало 10 шариков:

красный деревянный, синий стеклянный,
красный пластиковый, фиолетовый металлический,
зелёный стеклянный, жёлтый стеклянный,
фиолетовый деревянный, жёлтый пластиковый,
синий пластиковый, зелёный металлический.

МатеМаша вынула из мешочка все красные, все синие, все стеклянные и все деревянные шарики.
Сколько шариков осталось в мешочке?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 3. (Посмотрим на каждый из шариков:

красный деревянный - вынула (и красный, и деревянный),
синий стеклянный - вынула (и синий, и стеклянный),
красный пластиковый - вынула (красный),
фиолетовый металлический - оставила,
зелёный стеклянный - вынула (стеклянный),
жёлтый стеклянный - вынула (стеклянный),
фиолетовый деревянный - вынула (деревянный),
жёлтый пластиковый - оставила,
синий пластиковый - вынула (синий),
зелёный металлический - оставила.

Получается, что в мешочке остались фиолетовый металлический, жёлтый пластиковый и зелёный металлический шарики - 3 шарика.)

2. Когда МатеМаше будет 14 лет, возраст её папы будет записываться теми же цифрами, что и у МатеМаши, но в обратном порядке. Папа МатеМаши на 5 лет старше её мамы. Сколько лет было маме, когда МатеМаша родилась?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 22. (Когда МатеМаше будет 14 лет, её папе будет 41 год. Мама на 5 лет младше папы. Значит, когда МатеМаше будет 14 лет, её маме будет $41-5=36$ лет. Значит, когда родилась МатеМаша, её маме было $36-14=22$ года.)

3. На складе находятся два типа роботов: роботы-доставщики с 3-мя колесами и роботы-уборщики с 2-мя колесами. Всего на складе 22 робота. Если посчитать общее количество их колес, то получится





IX ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Тип_1 - 2 класс

ровно 50. Сколько на складе роботов-уборщиков?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 16. (Временно отвинтим у роботов все их колеса. Теперь вернём обратно каждому роботу сперва по 2 колеса - на это уйдёт $22+22=44$ колеса. После этого останется ещё $50-44=6$ колёс. Эти колёса нужно привинтить роботам-доставщикам, по 1 колесу каждому, потому что у них пока по 2 колеса, а должно быть по 3. Значит, роботов-доставщиков 6. А роботов-уборщиков $22-6=16$.)

4. Программиша в 2025 году решил прочитать первые 5 книг о Гарри Поттере. За период с февраля по октябрь включительно он прочитал «Гарри Поттер и философский камень», «Гарри Поттер и Тайная комната», «Гарри Поттер и узник Азкабана», «Гарри Поттер и Кубок огня» и «Гарри Поттер и Орден Феникса» (именно в таком порядке). Каждую из книг он читал либо ровно месяц, либо ровно 2 месяца. Перерывов в чтении с февраля по октябрь не было. В каком месяце Программиша точно читал «Гарри Поттер и Кубок огня»?

- февраль;
- март;
- апрель;
- май;
- июнь;
- июль;
- август;
- сентябрь;
- октябрь.

Ответ: август. (В феврале Программиша точно читал первую из книг «Гарри Поттер и философский камень», а в октябре - последнюю «Гарри Поттер и Орден Феникса». Так как книг 5, а месяцев 9, то 4 книги Программиша читал 2 месяца, а одну книгу - месяц.

«Гарри Поттер и Кубок огня» - предпоследняя книга в списке.

Если «Гарри Поттер и Орден Феникса» Программиша читал один месяц - октябрь, то тогда «Гарри Поттер и Кубок огня» он читал в сентябре и августе.

Если же Программиша читал «Гарри Поттер и Орден Феникса» 2 месяца, сентябрь и октябрь, тогда «Гарри Поттер и Кубок огня» он мог читать либо только в августе, либо в июле и в августе.

В обоих случаях Программиша читал «Гарри Поттер и Кубок огня» в августе и, возможно, еще в одном месяце.)

5. В лесном кроссе участвовали пять зверей: Заяц, Лиса, Волк, Медведь и Ёж. Все пришли к финишу в разное время. Известно:





IX ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Тип_1 - 2 класс

Заяц прибежал раньше Волка, но позже Лисы;
Медведь отстал от Зайца и ещё двух участников;
Ёж был не последним, но пришёл позже Зайца.
Какое место занял Ёж?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

- 1-е;
- 2-е;
- 3-е;
- 4-е;
- 5-е;
- невозможно определить.

Ответ: 3-е. (Заяц прибежал раньше Волка, но позже Лисы. Расставим пока этих троих в том порядке, как они прибежали: ...Л...З...В... . Многоточие означает, что в этом промежутке может быть кто-то ещё.

Добавим в этот ряд ежа. Он пришёл позже Зайца. Значит, возможны два варианта:

(1) ...Л...З...Ё...В... либо (2) ...Л...З...В...Ё... .

Во втором случае Медведя нужно добавлять в самом конце, чтобы Ёж не был последним. Но тогда не будет выполнено условие, что Медведь отстал от Зайца и ещё двух участников. Значит, вариант (2) не подходит.

Остался вариант (1). Так как Медведь отстал от Зайца и ещё двух участников, Медведя нужно добавить после Лисы, Зайца и Ежа. Получаем: Л, З, Ё, М, В. В этом случае все условия задачи выполняются.

Получаем, что Ёж занял 3-е место.)

6. В театре все спектакли состоят из 2-х или 4-х действий. Между действиями всегда есть антракт. Действия в этом театре всегда идут одно и то же время и все антракты одинаковые. В субботу спектакль начинается в 13:00 и заканчивается в 14:43, а в воскресенье спектакль начинается в 15:00 и заканчивается в 18:39. Сколько минут длится один антракт?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 13. (В субботу спектакль длится 1 час 43 минуты, а в воскресенье - 3 часа 39 минут. Так как длительность у воскресного спектакля больше, значит, в субботу идёт спектакль из 2-х действий, а в воскресенье - из 4-х.

Таким образом, 2 действия и 1 антракт делятся 1 час 43 минуты. Увеличим это вдвое: 4 действия и 2 антракта делятся $1\text{ч}43\text{мин}+1\text{ч}43\text{мин}=2\text{ч}46\text{мин}=3\text{ч}26\text{мин}$.

А 4 действия и 3 антракта (в воскресенье) делятся 3 часа и 39 минут. Это ровно на 1 антракт больше, чем 3ч26мин. Значит, 1 антракт длится $39-26=13$ минут.)





IX ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Тип_1 - 2 класс

7. Драко и Грегори всегда врут, а Гермиона и Рон всегда говорят правду. Однажды на уроке по изучению магических животных Драко, Грегори, Рона и Гермиону попросили рассказать про редких животных келпи. Каждый из них произнёс по одной фразе (в каком порядке, неизвестно):

1. Келпи водятся и в болоте, и в море;
2. Келпи водятся в море, но не водятся в озере;
3. Келпи водятся и в озере, и в море;
4. Келпи водятся или в озере, или в болоте, но не в том и другом одновременно;

Где точно водятся келпи?

- Болото;
- море;
- озеро;
- нигде из перечисленного.

Ответ: море, озеро. (Если келпи не водятся в море, то фразы 1, 2 и 3 точно окажутся ложными. А должно быть две правдивых фразы и две ложных. Значит, келпи точно водятся в море.

Предположим, что келпи не водятся в озере. При этом мы уже знаем, что келпи точно водятся в море. Тогда фраза 2 правдивая, а фраза 3 ложная. Тогда из фраз 1 и 4 одна должна быть правдивая, а другая ложная. Но если келпи водятся в болоте, то фразы 1 и 4 обе правдивые, а если не водятся в болоте, то обе фразы ложные. Противоречие. Значит, келпи точно водятся в озере.

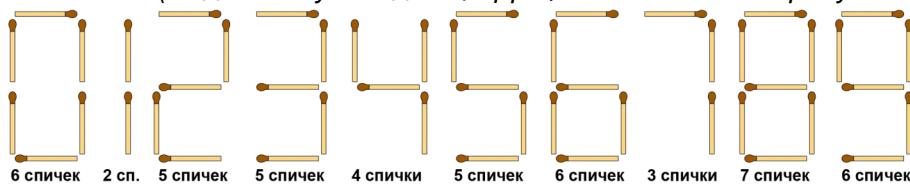
А вот в болоте келпи могут и водиться, и не водиться - в первом случае правдивы фразы 1 и 3, а во втором случае правдивы фразы 3 и 4.)

8. Сколько существует двузначных чисел, для выкладывания которых требуется ровно 10 спичек? Все цифры выкладываются так, как на картинке-образце.

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 16. (Подпишем у каждой цифры, сколько на неё требуется спичек:



Тогда 10 спичек может получиться такими способами: 5+5, 6+4, 7+3.

Разберём каждый вариант:

5+5 - используем цифры 2, 3, 5, получаются числа 22, 23, 25, 32, 33, 35, 52, 53, 55 - 9 чисел;





IX ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Тип_1 - 2 класс

6+4 - используем какую-то из цифр 0, 6, 9 (6 спичек) и цифру 4 (4 спички), получаются числа 64, 94, 40, 46, 96 - 5 чисел;

7+3 - это только числа из цифр 8 (7 спичек) и 7 (3 спички), то есть числа 78 и 87 - 2 числа.

(Всего получается $9+5+2=16$ чисел.)

9. У Карлсона в тёмной кладовке хранятся банки с вареньем трёх видов: малиновое, вишнёвое и черничное - всего 12 банок (хотя бы по 1 банке каждого). Если Карлсон не глядя достанет из кладовки 8 банок варенья, то хотя бы одна из них точно будет с малиновым вареньем. Если он не глядя достанет 9 банок варенья, то хотя бы одна из них точно будет с вишнёвым вареньем. Сколько у Карлсона может быть банок с черничным вареньем?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 1, 2 или 3. (Если бы у Карлсона было 4 или меньше банок малинового варенья, то среди $12-4=8$ банок варенья могло бы не быть малинового. Значит, малинового варенья как минимум 5 банок. Аналогично, у Карлсона должно быть хотя бы 4 банки вишнёвого варенья (ведь если у него их 3 или меньше, то среди $12-3=9$ банок может не оказаться вишнёвого). Значит, малинового и вишнёвого варенья у Карлсона как минимум $5+4=9$ банок. Тогда получается, что у него может быть 1, 2 или 3 банки черничного варенья.)

10. Мачеха велела Золушке посадить вокруг дома белые и красные розы - всего 100 кустов по кругу. Золушка знает, что мачеха не любит, когда два красных куста растут рядом друг с другом или когда между двумя белыми кустами растёт ровно один куст. Каждую такую пару кустов мачеха считает «ошибкой». Какое наименьшее количество «ошибок» может допустить Золушка при посадке 100 кустов?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 25. (Приведём пример, как посадить розы, чтобы было ровно 25 «ошибок»: ККББККББККББ... - 25 групп ККББ (К - красная роза, Б - белая роза). При таком расположении белые розы не создадут «ошибок», а «ошибками» будут только 25 пар красных роз.

Теперь докажем, что меньше 25-ти ошибок сделать не удастся.

В каждой «ошибке» всегда участвуют 2 розы: либо 2 красные рядом, либо 2 белые через одну.

Мысленно встанем внутри этого круга и начнём отмечать «ошибки». Отметим каждую ошибку так: на левую розу в паре с «ошибкой» (если смотреть из центра) повяжем ленточку.





IX ОТКРЫТАЯ ОЛИМПИАДА

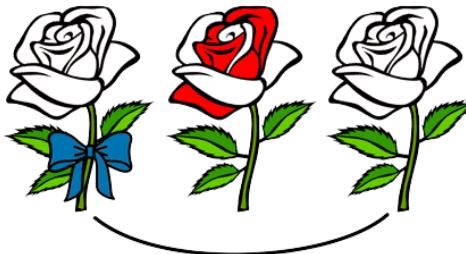
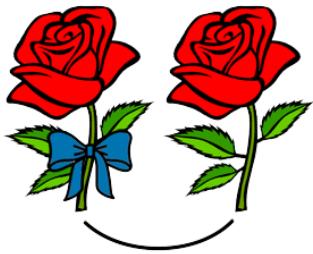
по математике

1-4 класс

Санкт-Петербургский губернаторский
физико-математический лицей №30



Тур_1 - 2 класс



Получится, что количество ленточек и будет равно количеству ошибок.

Теперь рассмотрим какие-то 4 розы подряд. Предположим, что ни на одной из них не оказалось ленточки. Тогда среди них красных роз не более 2-х - если бы красных роз было 3 или 4, то какие-то две оказались бы рядом, и на одной из них была бы ленточка. Также среди них и белых роз не более 2-х - если бы белых роз было 3 или 4, то какие-то две оказались бы через одну, и на одной из них тоже была бы ленточка. Значит, в этой четвёрке обязательно 2 белые и 2 красные розы. При этом белые розы могут быть только либо рядом друг с другом, либо две крайние. Если белые крайние, то между ними две красные рядом. Если две белые рядом, то они могут быть только посередине, иначе тоже две красные рядом. Значит, расположение 4-х роз без "ошибок" внутри этой четвёрки - это только КББК. Но и в этом случае на одной из роз окажется ленточка - если следующая роза красная, то получаем КББкК, а если следующая роза белая, то получаем КБбКБ (маленькой буквой обозначена роза с ленточкой).

Значит, среди любых 4-х роз подряд обязательно найдётся роза с ленточкой. Теперь разобьём все 100 роз на 25 групп по 4 розы. В каждой группе есть хотя бы одна ленточка, значит, всего ленточек не менее 25-ти, то есть "ошибок" не менее 25-ти.)

