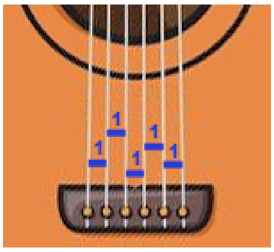
Тур_1 - 3 класс - решения

1. У гитары 6 струн. Расстояние между соседними струнами по 1 см. Сколько сантиметров между первой и последней струной?
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 5. (Струн 6, а промежутком между струнами 5, по 1 см каждый.



Значит, расстояние между 1-й и 6-й струнами равно 5 см.)

2. Папа МатеМаши на 5 лет старше её мамы. Мама сейчас в 3 раза старше, чем МатеМаша. Сейчас МатеМаше 11 лет. Сколько лет было её папе, когда она родилась?
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 27. (Так как МатеМаше сейчас 11 лет, то её маме сейчас 11+11+11=33 года. Значит, папе сейчас 33+5=38 лет. Получается, что когда родилась МатеМаша, ему было 38-11=27 лет.)

3. Число называется палиндромом, если оно читается одинаково справа налево и слева направо. Например, 10101 – пятизначное число-палиндром. Сколько чисел-палиндромов между числами 2025 и 3025?
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 10. (В четырёхзначном числе-палиндроме первая цифра должна совпадать с последней, а вторая - с третьей. Значит, все палиндромы, начинающиеся с 2, будут иметь 2 на конце, а цифры посередине будут одинаковыми. Для цифр посередине есть 9 вариантов (так как вариант 2002 не подходит): 2112, 2222, 2332, 2442, 2552, 2662, 2772, 2882, 2992. Ещё можно составить один палиндром, начинающийся и заканчивающийся на 3: 3003 (следующий, 3113, уже больше 3025). Итого между 2025 и 3025 10 чисел-палиндромов.)

4. На складе находятся два типа роботов: роботы-доставщики с 3-мя колесами и роботы-уборщики с 2-мя колесами. Всего на складе 22 робота. Если посчитать общее количество их колес, то получится

ровно 50. Сколько на складе роботов-уборщиков?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 16. (Временно отвинтим у роботов все их колеса. Теперь вернём обратно каждому роботу сперва по 2 колеса - на это уйдёт 22+22=44 колеса. После этого останется ещё 50-44=6 колёс. Эти колёса нужно привинтить роботам-доставщикам, по 1 колесу каждому, потому что у них пока по 2 колеса, а должно быть по 3. Значит, роботов-доставщиков 6. А роботов-уборщиков 22-6=16.)

5. У МатеМаши на даче родилось 3 котёнка. У котят белые, серые, чёрные и рыжие лапки. Все лапки, кроме 7-ми - белые. Все лапки, кроме 9-ти - рыжие. Чёрных лапок столько же, сколько рыжих. Сколько у котят серых лапок?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 1. (Всего у 3-х котят 4+4+4=12 лапок.
Все лапки, кроме 7-ми - белые. Значит, белых лапок 12-7=5.
Все лапки, кроме 9-ти - рыжие. Значит, рыжих лапок 12-9=3.
Чёрных лапок столько же, сколько рыжих - тоже 3.
Значит, серых лапок 12-5-3-3=1.)

6. Драко и Грегори всегда врут, а Гермиона и Рон всегда говорят правду. Однажды на уроке по изучению магических животных Драко, Грегори, Рона и Гермиону попросили рассказать про редких животных келпи. Каждый из них произнёс по одной фразе (в каком порядке, неизвестно):

1. Келпи водятся и в болоте, и в море;
2. Келпи водятся в море, но не водятся в озере;
3. Келпи водятся и в озере, и в море;
4. Келпи водятся или в озере, или в болоте, но не в том и другом одновременно;

Где точно водятся келпи?

☐ Болото;
☐ море;
☐ озеро;
☐ нигде из перечисленного.

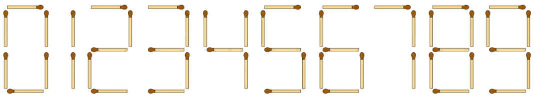
Ответ: море, озеро. (Если келпи не водятся в море, то фразы 1, 2 и 3 точно окажутся ложными. А должно быть две правдивых фразы и две ложных. Значит, келпи точно водятся в море.
Предположим, что келпи не водятся в озере. При этом мы уже знаем, что келпи точно водятся в море. Тогда фраза 2 правдивая, а фраза 3 ложная. Тогда из фраз 1 и 4 одна должна быть правдивая, а другая ложная. Но если келпи водятся в болоте, то фразы 1 и 4 обе правдивые, а

если не водятся в болоте, то обе фразы ложные. Противоречие. Значит, келпи точно водятся в озере.

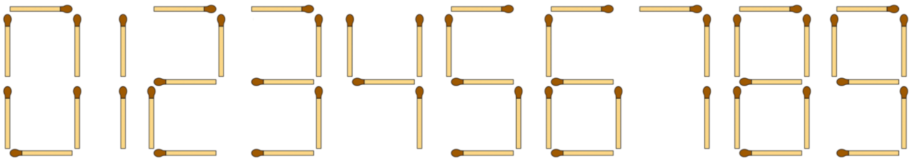
А вот в болоте келпи могут и водиться, и не водиться - в первом случае правдивы фразы 1 и 3, а во втором случае правдивы фразы 3 и 4.)

7. Сколько существует двузначных чисел, для выкладывания которых требуется ровно 10 спичек? Все цифры выкладываются так, как на картинке-образце.

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).



Ответ: 16. (Подпишем у каждой цифры, сколько на неё требуется спичек:



6 спичек 2 сп. 5 спичек 5 спичек 4 спички 5 спичек 6 спичек 3 спички 7 спичек 6 спичек

Тогда 10 спичек может получиться такими способами: 5+5, 6+4, 7+3.

Разберём каждый вариант:

5+5 - используем цифры 2, 3, 5, получаются числа 22, 23, 25, 32, 33, 35, 52, 53, 55 - 9 чисел;

6+4 - используем какую-то из цифр 0, 6, 9 (6 спичек) и цифру 4 (4 спички), получаются числа 64, 94, 40, 46, 96 - 5 чисел;

7+3 - это только числа из цифр 8 (7 спичек) и 7 (3 спички), то есть числа 78 и 87 - 2 числа.

Всего получается 9+5+2=16 чисел.)

8. У Карлсона в тёмной кладовке хранятся банки с вареньем трёх видов: малиновое, вишнёвое и черничное - всего 12 банок (хотя бы по 1 банке каждого). Если Карлсон не глядя достанет из кладовки 8 банок варенья, то хотя бы одна из них точно будет с малиновым вареньем. Если он не глядя достанет 9 банок варенья, то хотя бы одна из них точно будет с вишнёвым вареньем. Сколько у Карлсона может быть банок с черничным вареньем?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 1, 2 или 3. (Если бы у Карлсона было 4 или меньше банок малинового варенья, то среди 12-4=8 банок варенья могло бы не быть малинового. Значит, малинового варенья как минимум 5 банок. Аналогично, у Карлсона должно быть хотя бы 4 банки вишнёвого варенья (ведь если у него их 3 или меньше, то среди 12-3=9 банок может не оказаться вишнёвого). Значит, малинового и вишнёвого варенья у Карлсона как минимум 5+4=9 банок. Тогда получается, что у него может быть

1, 2 или 3 банки черничного варенья.)

9. На столе лежит 19 слив и 16 абрикосов. К столу подошли 7 детей, и каждый съел по 5 фруктов. Известно, что детей, съевших ровно одну сливу, и детей, съевших ровно один абрикос, одинаковое количество. Сколько детей могли съесть больше абрикосов, чем слив?

Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

Ответ: 2, 4. (Приведём примеры, как могло быть 2 или 4 человека, у которых абрикосов больше, чем слив. Записывать количество фруктов у ребёнка будем в виде суммы, где на первом месте количество слив, на втором - количество абрикосов.

2 человека: у ребят 3+2, 3+2, 3+2, 3+2, 3+2, 2+3, 2+3 фруктов. Всего слив 3+3+3+3+3+2+2=19, а абрикосов 2+2+2+2+2+3+3=16. Количество ребят, у которых 1 слива и у которых 1 абрикос, одинаковое - по 0 человек. Значит, в этом случае все условия задачи выполнены.

4 человека: у ребят 5+0, 3+2, 3+2, 2+3, 2+3, 2+3, 2+3 фруктов. Всего слив 5+3+3+2+2+2+2=19, а абрикосов 0+2+2+3+3+3+3=16. Количество ребят, у которых 1 слива и у которых 1 абрикос, одинаковое - тоже по 0 человек. Значит, в этом случае все условия задачи тоже выполнены.

Докажем, что другие варианты (0, 1, 3, 5, 6, 7 ребят) невозможны.

0 ребят, у которых абрикосов больше, чем слив. В этом случае у каждого было бы минимум на 1 штуку больше слив, чем абрикосов. Но тогда всего слив было бы минимум на 7 больше, чем абрикосов. Но всего слив 19 - на 3 больше, чем 16.

7 ребят, у которых абрикосов больше, чем слив. В этом случае у каждого абрикосов больше, чем слив. Но тогда и общее число абрикосов было бы больше, чем количество слив, а это не так: слив 19, а абрикосов 16.

6 ребят, у которых абрикосов больше, чем слив. В этом случае у каждого из этих шестерых было бы минимум на 1 штуку больше абрикосов, чем слив. Но тогда у всех шестерых вместе было бы минимум на 6 абрикосов больше, чем слив. А у последнего, 7-го ребенка, максимум на 5 штук слив больше, чем абрикосов. Значит, у всех семерых абрикосов было бы больше, чем слив. Но это не так: слив 19, а абрикосов 16.

Осталось доказать, что не могло быть 1, 3, 5 детей, у которых абрикосов больше, чем слив.

Снова будем всех детей записывать по количеству у них слив и абрикосов: 5+0, 4+1, 3+2, 2+3, 1+4, 0+5 (сначала сливы, потом абрикосы).

Дети, у которых абрикосов больше, чем слив - это 2+3, 1+4 и 0+5. Но, по условию, детей 1+4 и 4+1 - одинаково. Значит, детей, у которых больше абрикосов, столько же, сколько детей 2+3, 4+1, 0+5 - то есть детей с нечётным количеством абрикосов.

А если таких детей 1, 3 или 5, то у них в сумме нечётное количество абрикосов (сумма 1-го, 3-х или 5-ти нечётных слагаемых - нечётна). А если добавить к ним всех остальных детей, у каждого из которых чётное число абрикосов, то в итоге у всех детей вместе окажется нечётное количество абрикосов. Но, по условию, абрикосов 16. Значит, детей с нечётным количеством абрикосов не *могло быть 1, 3 или 5. А значит, и детей, у которых абрикосов больше, чем слив, не могло быть 1, 3 или 5.)*

10. Мачеха велела Золушке посадить вокруг дома белые и красные розы - всего 100 кустов по кругу. Золушка знает, что мачеха не любит, когда два красных куста растут рядом друг с другом или когда между двумя белыми кустами растёт ровно один куст. Каждую такую пару кустов мачеха считает «ошибкой». Какое наименьшее количество «ошибок» может допустить Золушка при посадке 100 кустов?

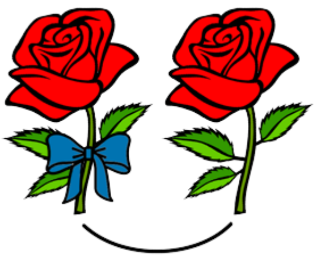
Замечание: В ответе укажите только число (или несколько чисел через запятую).

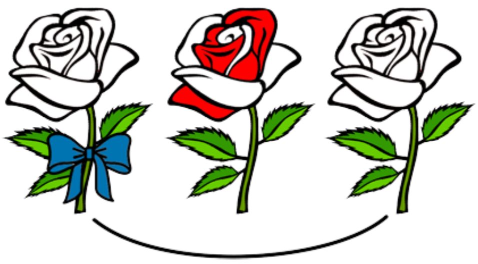
Ответ: 25. (Приведём пример, как посадить розы, чтобы было ровно 25 "ошибок": ККББККББККББ... - 25 групп ККББ (К - красная роза, Б - белая роза). При таком расположении белые розы не создадут "ошибок", а "ошибками" будут только 25 пар красных роз.

Теперь докажем, что меньше 25-ти ошибок сделать не удастся.

В каждой "ошибке" всегда участвуют 2 розы: либо 2 красные рядом, либо 2 белые через одну.

Мысленно встанем внутри этого круга и начнём отмечать "ошибки". Отметим каждую ошибку так: на левую розу в паре с "ошибкой" (если смотреть из центра) повяжем ленточку.





Получится, что количество ленточек и будет равно количеству ошибок.

Теперь рассмотрим какие-то 4 розы подряд. Предположим, что ни на одной из них не оказалось ленточки. Тогда среди них красных роз не более 2-х - если бы красных роз было 3 или 4, то какие-то две оказались бы рядом, и на одной из них была бы ленточка. Также среди них и белых роз не более 2-х - если бы белых роз было 3 или 4, то какие-то две оказались бы через одну, и на одной из них тоже была бы ленточка. Значит, в этой четвёрке обязательно 2 белые и 2 красные розы. При этом белые розы могут быть только либо рядом друг с другом, либо две крайние. Если белые крайние, то между ними две красные рядом. Если две белые рядом, то они могу быть только посередине, иначе тоже две красные рядом. Значит, расположение 4-х роз без "ошибок" внутри этой четвёрки - это только КББК. Но и в этом случае на одной из роз окажется ленточка - если следующая роза красная, то получаем КББкК, а если следующая роза белая, то получаем КБбКБ (маленькой буквой обозначена роза с ленточкой).

Значит, среди любых 4-х роз подряд обязательно найдётся роза с ленточкой. Теперь разобьём все 100 роз на 25 групп по 4 розы. В каждой группе есть хотя бы одна ленточка, значит, всего *лenточек не менее 25-ти, то есть "ошибок" не менее 25-ти.)*